



René Goertz (Autor)

Zur Konvergenz diskreter Least-Squares Methoden auf äquidistanten Stützstellen



<https://cuvillier.de/de/shop/publications/7750>

Copyright:

Cuvillier Verlag, Inhaberin Annette Jentsch-Cuvillier, Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen, Germany

Telefon: +49 (0)551 54724-0, E-Mail: info@cuvillier.de, Website: <https://cuvillier.de>



Inhaltsverzeichnis

| | |
|--------------------------------------------------------------------|-----------|
| Zusammenfassung | 1 |
| 1 Einleitung | 3 |
| 2 Vorbereitende Grundlagen | 9 |
| 2.1 Funktionenklassen | 9 |
| 2.1.1 Analytische Funktionen | 9 |
| 2.1.2 Funktionen von beschränkter Variation | 9 |
| 2.1.3 Stetigkeitsmodul | 11 |
| 2.2 Spezielle Funktionen | 12 |
| 2.2.1 Gammafunktion | 12 |
| 2.2.2 Verallgemeinerte hypergeometrische Funktion | 14 |
| 2.3 Lineare Operatoren | 16 |
| 2.4 Quadratur | 17 |
| 3 Orthogonale Polynome | 19 |
| 3.1 Stetige orthogonale Polynome | 19 |
| 3.1.1 Definition und Eigenschaften | 19 |
| 3.1.2 Jacobi-Polynome | 21 |
| 3.2 Diskrete orthogonale Polynome | 24 |
| 3.2.1 Definition und Eigenschaften | 24 |
| 3.2.2 Hahn-Polynome | 26 |
| 4 Approximation mit Polynomen | 29 |
| 4.1 Polynominterpolation | 29 |
| 4.1.1 Polynominterpolation in äquidistanten Stützstellen | 32 |
| 4.1.2 Polynominterpolation in Tschebyscheff-Stützstellen | 34 |
| 4.2 Approximation mit Bernsteinpolynomen | 37 |
| 4.3 Die Methode der kleinsten Quadrate | 39 |
| 4.3.1 Der kontinuierliche Fall | 39 |
| 4.3.2 Der diskrete Fall | 41 |
| 4.4 Polynome bester Approximation | 44 |
| 5 Divergenz der Methode der kleinsten Quadrate | 47 |
| 6 Punktweise Konvergenz der Methode der kleinsten Quadrate | 51 |
| 6.1 Hauptergebnis zur punktweisen Konvergenz | 51 |
| 6.2 Folgerungen aus dem Hauptergebnis | 74 |



| | | |
|----------|-------------------------------------------------------------------|------------|
| 7 | Gleichmäßige Konvergenz der Methode der kleinsten Quadrate | 79 |
| 7.1 | Hauptergebnis zur gleichmäßigen Konvergenz | 79 |
| 7.2 | Folgerungen aus dem Hauptergebnis | 85 |
| 7.3 | Vergleich zum kontinuierlichen Fall | 90 |
| 7.4 | Vergleich zur Polynominterpolation | 92 |
| 7.5 | Vergleich zur Approximation mit Bernsteinpolynomen | 93 |
| 7.6 | Vergleich zu anderer Stützstellenwahl | 94 |
| 7.7 | Vergleich zum Polynom bester Approximation | 98 |
| 8 | Numerische Resultate | 99 |
| 8.1 | Vergleich zu anderen Approximationsmethoden | 100 |
| 8.1.1 | Vergleich zum kontinuierlichen Fall | 101 |
| 8.1.2 | Vergleich zur Approximation mit Bernsteinpolynomen | 103 |
| 8.1.3 | Vergleich zur Polynominterpolation | 105 |
| 8.2 | Variation der Stützstellenanzahl | 107 |
| 8.2.1 | Vergleich mit größerer Stützstellenanzahl | 108 |
| 8.2.2 | Vergleich mit geringerer Stützstellenanzahl | 110 |
| 9 | Ausblick | 115 |
| | Literaturverzeichnis | 121 |